Serie

Desarrollo del pensamiento matemático

Nº 2

El sistema numérico DECIMAL

Martín Andonegui Zabala

FE Y ALEGRIA

UNESCO
IESALC

372.7
And.
Desarrollo del pensamiento matemático:
El sistema numérico decimal
Federación Internacional Fe y Alegría, 2004.
30 p.; 21,5 x 19 cm.
ISBN: 980-6418-64-6
Matemáticas, Sistema Decimal, Sistemas de
Numeración.

“La educación que necesitamos, capaz de formar a personas críticas, de raciocinio rápido, con sentido del riesgo, curiosas, indagadoras, no puede ser la que ejercita la memorización mecánica de los educandos. No puede ser la que ‘deposita’ contenidos en la cabeza ‘vacía’ de los educandos, sino la que, por el contrario, los desafía a pensar.”

Paulo Freire

Equipo editorial
Antonio Pérez Esclarín, María Bethencourt, Adriana Rodríguez

Dimensión: Desarrollo del pensamiento matemático
Serie: El sistema numérico decimal, número 2
Autor: Martín Andonegui Zabala

Este libro se ha elaborado con el propósito de apoyar la práctica educativa de los cientos de educadores de Fe y Alegría. Su publicación se realizó en el marco del **«Programa Internacional de Formación de Educadores Populares»** desarrollado por la Federación Internacional Fe y Alegría desde el año 2001.

Diseño y diagramación: Juan Bravo
Portada e ilustraciones: Juan Bravo
Corrección de textos: Antonio Pérez Esclarín, María Bethencourt, Adriana Rodríguez

Edita y distribuye: Federación Internacional Fe y Alegría.
Esquina de Luneta, Edif. Centro Valores, piso 7, Altagracia,
Caracas 1010-A, Venezuela.
Teléfonos: (58) (212) 5645624 / 5645013 / 5632048
Fax (58) (212) 5646159
web: www.feyalegria.org

Depósito Legal: lf60320043721789
ISBN: 980-6418-64-6
Caracas, octubre 2004

Publicación realizada con el apoyo de:
Centro Magis
Instituto Internacional para la Educación Superior en América Latina y el Caribe (IESALC)

A modo de

introducción…

… y para desperezarnos un poco, ahí van unas cuestiones sencillas para entrar en materia y en calor. Tratemos de resolverlas antes de seguir adelante.

Consideremos la expresión **156.704** ¿Cuántos números hay ahí? ¿Cuántas cantidades? ¿Cuántos dígitos? ¿Cuántas cifras? ¿Cuántos guarismos?

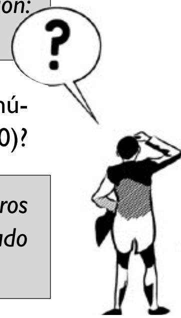
*¿Resulta correcto escribir **2,5 millones**?*

¿Cuál es el número siguiente de **2.099**? ¿Y el siguiente de **2,099**?

*¿Cuántas **decenas** contiene el número **9.416** (y la respuesta no es 1)?*

¿Puede hablarse de **18 centenas**? ¿Qué significa esa expresión?

*¿Cómo puedo efectuar la multiplicación: **MCMLIV** x **DCXLVII**?*



¿Cuántas **centésimas** hay en el número **2.013** (y la respuesta no es 0)?

*Una niña acaba de escribir los números del 1 al 100. ¿Cuántas veces ha utilizado la cifra **1** en esa tarea?*

Gulliver descubre que en el país de los gigantes se cuenta así, empezando en 1: plas, ples, plis, plos, plus, plasplus, plesplus, …, plusplus, plasplusplus,…

¿Qué palabra estará utilizando un gigante para referirse al número **21**?

Bien, ya tenemos nuestras respuestas, que iremos contrastando con las indicaciones y ejercicios que plantearemos a lo largo de las líneas que siguen.

Y un segundo recordatorio:

La sugerencia que proponíamos en el Cuaderno Nº 1 y que siempre presidirá los demás Cuadernos: **Vamos a estudiar matemática, pero no lo vamos a hacer como si fuéramos simplemente unos alumnos que posteriormente van a ser evaluados, y ya.** No. Nosotros somos docentes –docentes de matemática en su momento– y este rasgo debe caracterizar la forma de construir nuestro pensamiento matemático. ¿Qué significa esto?

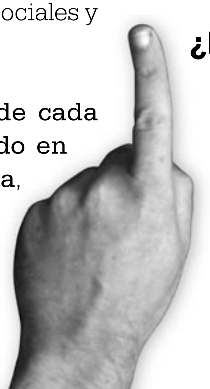
• La presencia constante de la meta última de nuestro estudio: **alcanzar unos niveles de conocimiento tecnológico y reflexivo**, lo cual debe abrir ese estudio hacia la búsqueda de aplicaciones de lo aprendido, hacia el análisis de los sistemas que dan forma a nuestra vida y utilizan ese conocimiento matemático, y hacia criterios sociales y éticos para juzgarlos.

• **Construir el conocer de cada tópico matemático pensando en cómo lo enseñamos en el aula**, además de reflexionar acerca de cómo nuestro conocer limita y condiciona nuestro trabajo docente. De esta forma, integrar nuestra práctica docente en nuestro estudio.

• Como complemento a lo anterior, **construir el conocer de cada tópico matemático pensando en cómo lo podemos llevar al aula**. Para ello, tomar conciencia del proceso que seguimos para su construcción, paso a paso, así como de los elementos –cognitivos, actitudinales, emocionales…– que se presenten en dicho proceso. Porque, a partir de esta experiencia reflexiva como estudiantes, podremos entender y evaluar mejor el desempeño de nuestros alumnos –a su nivel– ante los mismos temas.

• En definitiva, **entender que la matemática es la base de su didáctica**: la forma en que se construye el conocimiento matemático es una fuente imprescindible a la hora de planificar y desarrollar su enseñanza.

Y ahora, vamos al tema de este Cuaderno.



¿Por qué los números?

Pero, primero, ¿por qué la matemática? Podríamos decir que todas las personas, en todas las culturas y en todos los tiempos, han tratado de entender el mundo circundante, con una doble finalidad básica: sobrevivir y trascender a esa realidad. Con el fin de satisfacer esas dos tendencias fundamentales, en todas las culturas se han desarrollado técnicas conducentes a ese propósito. Técnicas que han sido comunicadas "vertical y horizontalmente en el tiempo, a través de la historia, la convivencia y la educación, apoyándose en la memoria y en la actividad de compartir experiencias y conocimientos." (D'Ambrósio, 1992, p. 6)

Y, también, técnicas que no se diferenciaban inicialmente por áreas o disciplinas del saber, al modo como las entendemos hoy en día: medicina, matemática, física, química, arquitectura, ingeniería, artes… Sin embargo, las temáticas propias de estas disciplinas ya estaban presentes desde el comienzo en ese conjunto de técnicas para la supervivencia y para la trascendencia: la naturaleza con todos sus objetos, seres y leyes, la salud, las construcciones y los útiles indispensables para la vida diaria, el impulso artístico…

El desarrollo de la humanidad viene marcado, en buena medida, por la progresiva acumulación de conocimientos y de técnicas en esas áreas temáticas, hasta el punto de permitir una diferenciación entre las mismas y dar paso, así, a las disciplinas científicas y artísticas tal como las conocemos actualmente.

¿Y de dónde salió la matemática? ¿Qué elementos, qué "cosas" del entorno y del convivir diario pudieron aglutinarse para constituir esta disciplina singular y universal, en la que hoy día podemos descubrir campos particulares, tales como la aritmética, la geometría, el álgebra, el análisis, la probabilidad y la estadística, y otras más sutiles?

Lynn A. Steen (1998) viene a responder a la pregunta anterior justamente en términos referidos a la experiencia de las personas ante la naturaleza y la propia convivencia humana. ¿Cuáles son, pues, las "cosas" que se aglutinaron para conformar, con el paso del tiempo y con el esfuerzo perceptivo y reflexivo humano, las matemáticas? He aquí su respuesta:

- Los *patrones* o *regularidades* presentes en los fenómenos.
- Las *dimensiones* de los objetos y de sus representaciones.
- La *cantidad* presente en las cosas, en los fenómenos y en sus propiedades.
- La *incertidumbre* de algunos eventos.
- La *forma* de los objetos y de sus representaciones.
- El *cambio* presente en los fenómenos y en las cosas.

Y, en este panorama, ¿por dónde aparecen los números? Fundamentalmente, a partir de la percepción de la *cantidad*, y del esfuerzo por medirla.

Aclaremos un poco los términos.

Las cosas, los fenómenos y sus propiedades, en que se halla presente la cantidad, son muy diversos. Así, puede tratarse de poblaciones o colecciones de seres y de objetos; de longitudes, áreas, volúmenes, pesos y capacidades de diversos objetos; de distancias entre ellos; de temperaturas, humedades y presiones en el ambiente; de velocidades y aceleraciones de móviles; de intensidades de la luz, del sonido y de los terremotos; de los tiempos de duración de diferentes eventos; de amplitudes de ángulos; de latitudes y longitudes sobre la esfera terrestre; de adquisiciones y de pérdidas… No es difícil, pues, toparse con cantidades y llegar a percibirlas.

¿Cómo abordar la presencia de la cantidad? Una primera aproximación consiste en intentar medirla. *Medir la cantidad* de algo significa compararla con un elemento de la misma especie que se toma como unidad. Por ejemplo, si se trata de una población o colección de seres o de objetos, la medición de su cantidad consistirá en un *conteo*, cuya unidad de referencia es *un individuo u objeto* de la población considerada. El resultado de la medición es –y aquí viene– el *número* de seres u objetos presentes. Al llegar a ese número, ya hemos "leído" la cantidad…

Los sistemas de numeración

El siguiente paso es el de *representar* el número correspondiente a esa cantidad. Y aquí viene toda la diversidad de *sistemas de representación numérica o sistemas de numeración* que se han desarrollado en diferentes culturas a lo largo de la historia de la humanidad. Algunos muy rudimentarios, como los que sólo distinguen física y verbalmente "uno, dos, y... muchos"; o como los que identifican diversos puntos del cuerpo humano con números, de tal forma que tocarse un punto determinado del cuerpo significa referirse al número que le va asociado. Pero no nos referimos a estos "sistemas", sino a aquellos más elaborados que han llegado a representaciones escritas.

En este sentido, sumerios, babilonios, egipcios, griegos, romanos, chinos, hindúes y árabes, aztecas, mayas e incas... por no citar sino algunos de los núcleos civilizatorios más conocidos, crearon sus propios sistemas de numeración –verbales y escritos– de acuerdo con sus necesidades, sus patrones culturales y sus sistemas de escritura.

No podemos detenernos para examinar estos sistemas en detalle. Pero sí debemos empezar estableciendo una diferenciación básica en dos grandes grupos: los sistemas de numeración *posicionales* y los *no posicionales*.

Empecemos por estos últimos, los no posicionales, trayendo a colación a uno de sus representantes más conocidos: el sistema de numeración romano. Como todos sabemos, maneja 7 símbolos literales –I, V, X, L, C, D, M– con sus correspondientes valores numéricos –1,

5, 10, 50, 100, 500, 1.000– y unas reglas bien precisas para combinar los símbolos, de tal forma que cada número posible tenga su representación y que ésta sea única y exclusiva de tal número.

No vamos a recordar ahora el detalle de estas reglas, sino su carácter aditivo: Para expresar cualquier número, los símbolos se escriben de izquierda a derecha, empezando por los de mayor valor; cada signo a la derecha agrega su valor al acumulado hasta ese momento, siguiendo las reglas establecidas.

También tiene carácter aditivo el "sistema" de los gigantes de Gulliver. Como ya lo habrán resuelto, para el número **21** deberían utilizar la expresión "plasplusplusplusplus".

Pero lo que más nos interesa en este momento es observar las limitaciones de este sistema a la hora de escribir números "grandes" y de efectuar las operaciones aritméticas corrientes. De ahí que, por ejemplo, para efectuar la multiplicación propuesta inicialmente, MCMLIV x DCXLVII, lo más sensato es "traducirla" a nuestro sistema (1.954 x 647)... y usar la calculadora. Y ni siquiera molestarnos en dar la respuesta en números romanos.

Ahora bien, la limitación principal de este y de los demás sistemas no posicionales (por ejemplo, el egipcio y el griego) aparece cuando se analizan las propiedades y las ventajas de los sistemas posicionales. ¿Cuál es la característica definitoria de estos últimos? Que cada cifra tiene diferente valor según la posición que ocupa dentro del número.

Ya empiezan a aparecer los términos cifra, número... Es hora de aclarar su significado preciso... y de responder así a la primera de las cuestiones propuestas al inicio del Cuaderno. Y para ello acudiremos al Diccionario de la Real Academia Española:

cifra: (Del lat. *cifra*, este del ár. hisp. *shifr*, y este del ár. clás. *shifr*, vacío)
1. f. Número dígito.
2. f. Signo con que se representa este número.
3. m. Expresión de cantidad compuesta de dos o más cifras.

dígito: (Del lat. *digitus*, dedo)
1. m. Mat. número dígito

número dígito:
m. Mat. El que puede expresarse con un solo guarismo. En la numeración decimal lo son los comprendidos desde el cero al nueve, ambos inclusive.

guarismo:
2. m. Cada uno de los signos o cifras arábigas que expresan una cantidad.

número: (Del lat. *numerus*)
1. m. Mat. Expresión de una cantidad con relación a su unidad.
2. m. Signo o conjunto de signos con que se representa el número.

cantidad:
6. f. Mat. Número que resulta de una medida u operación.

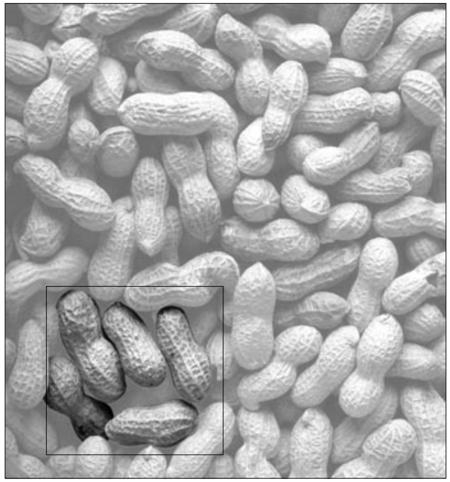
De todo lo anterior podemos concluir que *cifra*, *dígito* y *guarismo* (si excluimos la acepción **3** de este término) vienen a ser sinónimos. En nuestro sistema decimal contamos con 10 cifras, desde el 0 hasta el 9, ambos inclusive. Las expresiones *número* y *cantidad* pueden considerarse también sinónimas y, en su composición, pueden intervenir una o más cifras. Así, el número (o cantidad) **156.704** está compuesto de **6** cifras (o dígitos, o guarismos), mientras que el número **3** se compone de **una** sola cifra.

Los sistemas posicionales de numeración

Volvamos a la caracterización de los sistemas de valor posicional y tratemos de recordar el significado de que "*cada cifra tiene diferente valor según la posición que ocupa dentro del número*". Para ello, y dando un pequeño rodeo que nos ayude a entender un poco mejor las cosas, vamos a destacar algunos rasgos comunes a todo sistema posicional de numeración.

En primer lugar, todos se refieren a una *base* específica de numeración. Explicaremos esto con el siguiente ejemplo:

> "Podemos contar un conjunto de semillas con los dedos de una sola mano de la siguiente manera: cuando llegamos a **cinco** semillas, formamos un montoncito separado con ellas, contamos otras cinco y hacemos lo mismo, y así sucesivamente. Después podemos formar grupos de **cinco** montoncitos y seguir así agrupando las semillas hasta que se terminen. Decimos en este caso que hemos elegido el **cinco** como **base de nuestro sistema de numeración**. Cada grupo de cinco montoncitos contendrá **5 x 5 = 25** semillas; cada grupo de cinco grupos como el anterior contendrá **5 x 25 = 125** semillas, y así sucesivamente" (Tonda, Noreña, 1991, pp. 12 s.).



Un sistema de base 5, constituido de grupos de semillas.

Un sistema de base 60: la medición del tiempo.

A lo largo de la historia, han existido diversas bases para los sistemas de numeración. Las culturas mesopotámi-cas, ubicadas en el Irak actual, utilizaron un sistema sexagesimal –de base **60**–, del que nos queda todavía la costumbre de medir el tiempo y la amplitud de los ángulos: cada hora o cada grado se divide en **60** minutos, y cada minuto en **60** segundos; cuando, por ejemplo, el conteo de los segundos llega a 60, se acumula **1** minuto –la unidad de orden superior– y el contador de los segundos vuelve a 0. Pero las bases más frecuentes han sido el **10** y el **20**, probablemente en razón del número de dedos (10, si sólo "se miran" los de las dos manos; o 20, si "se miran" los de las manos y de los pies) de los que disponemos los humanos...

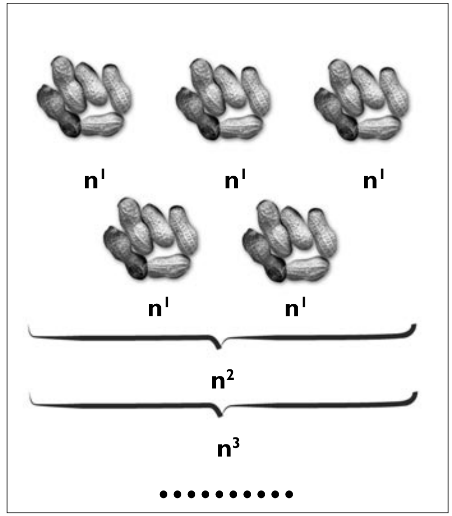
El segundo elemento de todo sistema posicional de numeración lo constituyen los *símbolos* utilizados para representar los números. Inicialmente tales símbolos eran muy sencillos, muy al alcance de "la mano que cuenta": puntos, rayitas horizontales o verticales, combinaciones de puntos y rayitas, pequeños trazos curvados, muescas realizadas con utensilios de uso corriente... Sólo el desarrollo cultural impulsó posteriormente la aparición de símbolos más diferenciados, similares a las letras de los respectivos alfabetos. En definitiva, símbolos abstractos.

Ahora bien, la cantidad de estos símbolos no puede ser mayor que el número que indica la base. Así, en el sistema sexagesimal babilónico se utilizaban 59 símbolos, correspondientes a los números del 1 al 59. El sistema de numeración maya cuenta con 20 símbolos (su base es 20) y nuestro sistema decimal, con 10 (nuestros dígitos del 0 al 9).

¿Y por qué el sistema sexagesimal babilónico –de base 60– no contaba con 60 símbolos, mientras que en los sistemas maya y decimal sí coincide el número de símbolos con el de su base respectiva? Por una razón determinante: porque en el primero de los nombrados no existía un símbolo para el *cero* como ausencia, mientras que tal símbolo sí aparece en los dos últimos sistemas. ¡El gran invento del cero –sobre el que volveremos enseguida–, uno de los mayores logros culturales de la historia humana!

El tercer elemento de nuestros sistemas posicionales de numeración son las *reglas* que rigen el uso de los símbolos para la constitución de los números. Y aquí nos encontramos con la regla fundamental: Si designamos con *n* el número que indica la base del sistema (60, 20, 10, ó 5 como en el caso de los montoncitos de semillas), cada vez que hacemos un grupo de *n* unidades, nos conseguimos un grupo de *orden* superior, compuesto lógicamente por *n* unidades. Lo importante es advertir que este grupo de *n* unidades se convierte a su vez en una nueva unidad, una unidad de orden superior –de orden **1**, en este caso–.

Si ahora constituimos un grupo de *n* grupos o unidades de orden 1, conseguimos un nuevo grupo formado por $n \times n$ (es decir, n^2) unidades originales. Este grupo se convierte a su vez en una unidad de orden superior –de orden **2**, en este caso–. Prosiguiendo la marcha, al constituir un grupo de *n* unidades de orden 2, se construye un nuevo grupo formado ahora por $n \times (n \times n)$ (es decir, n^3) unidades originales. Este grupo se convierte a su vez en una nueva unidad de orden superior –de orden **3**, en este caso–. Y así sucesivamente, sin más límites que los que impongan la lógica o la necesidad.



Ya el(la) lector(a) avispado(a) habrá notado que hay una correspondencia entre el exponente de *n* y el número de orden que se asigna a cada tipo de unidad. Así, por ejemplo, la nueva unidad que equivale a n^3 unidades originales se identifica como una unidad de orden **3**. Dentro de esta lógica, la unidad que equivale a *n* unidades originales se identifica como una unidad de orden **1**, identificación que se mantiene en la línea de la correspondencia indicada, ya que el exponente de *n* –escrito así, sin más– es 1 ($n^1 = n$).

Y entonces, ¿cuál es el orden –y el exponente de *n*– que corresponde a la unidad original, al mero **número 1** como indicativo de la presencia de un solo elemento? Pues de acuerdo con la lógica propuesta, es el orden –y el exponente– **cero.** Y esto es cierto, ya que $\mathbf{n^0 = 1}$. Vamos a repasar este último resultado, por si acaso se nos olvidó su explicación.

Para calcular el cociente $8^5 / 8^2$ (cociente de potencias de igual base, 8), procedemos por desarrollar ambas potencias: (8 x 8 x 8 x 8 x 8) / (8 x 8); la simplificación correspondiente nos lleva al resultado final de 8^3. Es decir, $8^5 / 8^2 = 8^3$. La observación nos permite descubrir una regla muy sencilla de operación: $8^5 / 8^2 = 8^{5-2} = 8^3$: El cociente de dos potencias de igual base es igual a una nueva potencia de la misma base y cuyo exponente es la diferencia de los dos exponentes iniciales. Podemos corroborar esta regularidad –esta regla– con otros ejemplos.

Si llevamos esto al caso de dos potencias de igual base e igual exponente, por ejemplo, $8^2 / 8^2$ y aplicamos la regla anterior, llegaríamos a la expresión $8^2 / 8^2 = 8^{2-2} = 8^0$. Pero, por otro lado, sabemos que el cociente de una cantidad (diferente de 0) entre sí misma es siempre igual a 1: $8^2 / 8^2 = 1$. Considerando las dos vías de llegada, podemos concluir, pues, que $8^0 = 1$. Este resultado puede generalizarse para cualquier valor de la base de la potencia, excepto para el 0.

Llegamos así al establecimiento de una correspondencia básica entre el número de orden de las sucesivas unidades ascendentes y la cantidad equivalente de unidades originales:

Una unidad de orden	**0**	equivale a	**1** unidad
“	**1**		**n** unidades
“	**2**		$\mathbf{n^2}$ “
“	**3**		$\mathbf{n^3}$ “
	etc.		

El último aspecto que hay que tomar en cuenta es la forma convencional de “escribir”, es decir, de integrar esos símbolos para constituir el número en cuestión. En nuestro sistema decimal colocamos los dígitos de derecha a izquierda siguiendo el ordenamiento ascendente de los órdenes de las unidades. En otras palabras, por ejemplo en el número 742, la cifra 2 se refiere a “dos unidades de orden 0 (unidades)”; la cifra 4, a “cuatro unidades de orden 1 (decenas)”; la cifra 7, a “siete unidades de orden 2 (centenas)”. Y así para cualquier otro número. Como se ve, las unidades de diferentes órdenes tienen aquí su propio nombre distintivo.

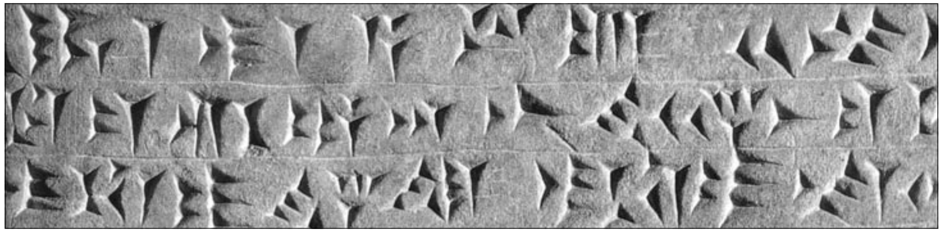
El sistema de numeración babilónico funcionaba de un modo análogo, con posicionamientos de derecha a izquierda. En el sistema de numeración maya, en cambio, el orden de escritura de los símbolos es de abajo hacia arriba siguiendo el ordenamiento ascendente de los órdenes de las unidades.

Leer y escribir en un sistema posicional de numeración

Ahora podemos estar en capacidad de resolver los dos problemas prácticos que se presentan a la hora de manejar cualquier sistema posicional de numeración:

- ¿Cómo se “descubre” la cantidad que está escrita en un determinado sistema?
- ¿Cómo se escribe, en un determinado sistema, una cantidad dada?

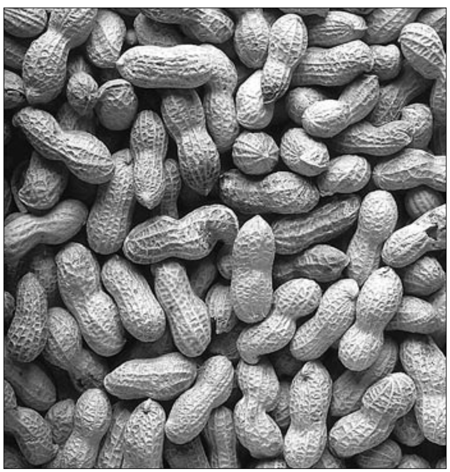
Vamos con la primera de las preguntas. Supongamos que en una tablilla babilónica de barro cocido (ese era el “papel" que usaban...) aparecen, de izquierda a derecha 3 símbolos: el del número 3, el del número 11, y el del número 31 (recordemos que disponían de 59 símbolos numéricos). La secuencia de símbolos desde la izquierda significa que tenemos (trabajamos en la base 60):



Los babilonios anotaban sus cuentas en tablillas de arcilla... Por lo menos podían borrarlas con facilidad antes de cocerlas.

3 unidades de orden **2**, lo que equivale a 3×60^2	$= 3 \times 3.600$	= **10.800** unidades
11 unidades de orden **1**, lo que equivale a 11×60^1	$= 11 \times 60$	= **660** unidades
31 unidades de orden **0**, lo que equivale a 31×60^0	$= 31 \times 1$	= **31** unidades
La cantidad escrita es: 10.800 + 660 + 31		= **11.491**
(en nuestra escritura decimal):	**11.941** $= 3 \times 60^2 + 11 \times 60 + 31$	

Si vamos ahora al sistema de base 5 (el de los montoncitos de semillas) y si –suponiendo que también se ordenan los símbolos de derecha a izquierda en orden ascendente– encontramos de izquierda a derecha los siguientes símbolos: el del número 2, el del número 0, el del número 4, y el del número 1, ¿de qué cantidad de semillas estamos hablando? Como antes, la secuencia de símbolos nos recuerda que tenemos:



2 unidades de orden **3**, lo que equivale a $2 \times 5^3 = 2 \times 125$	= **250** semillas	
0 unidades de orden **2**, lo que equivale a $0 \times 5^2 = 0 \times 25$	= **0** semillas	
4 unidades de orden **1**, lo que equivale a $4 \times 5^1 = 4 \times 5$	= **20** semillas	
1 unidad de orden **0**, lo que equivale a $1 \times 5^0 = 1 \times 1$	= **1** semilla	
La cantidad de semillas escrita es: 250 + 0 + 20 + 1	= **271**	
(en nuestra escritura decimal):	**271** $= 2 \times 5^3 + 0 \times 5^2 + 4 \times 5 + 1$	

¿Y qué pasa en nuestro sistema decimal? Exactamente lo mismo. Si la cantidad escrita lleva, de izquierda a derecha los símbolos 5, 9, 0, 7 (el número 5.907), se nos está diciendo que tenemos:

5 unidades de orden **3**, lo que equivale a $5 \times 10^3 = 5 \times 1.000$	=	5.000 unidades
9 unidades de orden **2**, lo que equivale a $9 \times 10^2 = 9 \times 100$	=	900 unidades
0 unidades de orden **1**, lo que equivale a $0 \times 10^1 = 0 \times 10$	=	0 unidades
7 unidades de orden **0**, lo que equivale a $7 \times 10^0 = 7 \times 1$	=	7 unidades
El número escrito es: 5.000 + 900 + 0 + 7	=	**5.907**:

$$5.907 = 5 \times 10^3 + 9 \times 10^2 + 0 \times 10 + 7$$

En seguida nos percatamos de que el sistema de numeración decimal –es decir, de base **10**– es más transparente para nosotros, por cuanto hay una correspondencia directa entre la cantidad considerada –5.907– y las unidades de diverso orden en que se descompone. En efecto, esas sucesivas unidades –5, 9, 0, 7– aparecen ya escritas ordenadamente en la propia cantidad, cosa que no ocurre en los otros sistemas posicionales de base diferente.

Veamos ahora el segundo de los problemas: Dar una cantidad y escribirla en cualquier sistema posicional de numeración. Tomemos, por ejemplo, la cantidad –o el número– **8.133** (tenemos que escribirlo en nuestro sistema de numeración decimal, para entendernos...).

¿Cómo escribirían esa cantidad en Babilonia? Si nos hemos fijado en cómo se leen los números, lo primero que tenemos que hacer es formar la secuencia de potencias de **60** (la base de numeración): **1** (60^0), **60** (60^1), **3.600** (60^2), **216.000** (60^3), etc. Ahora observamos que 8.133 es menor que 216.000, lo que significa que 8.133 no puede contener ninguna unidad de orden **3**. Para saber cuántas unidades de orden **2** posee, dividiremos 8.133 entre 3.600 (hagámoslo); el resultado nos da **2** en el cociente y **933** en el resto. Por consiguiente, hay **2** unidades de orden **2**: ni más, ni menos.

Seguimos ahora con el resto **933** que, lógicamente, es menor que 3.600. Para saber cuántas unidades de orden **1** están presentes, dividimos 933 entre 60 (hagámoslo); el resultado nos da **15** en el cociente y **33** en el resto. Hay, pues, **15** unidades de orden **1**. Y, finalmente, **33** unidades de orden **0**, ya que 33 entre 1 (unidad de orden 0) es una división exacta de cociente 33.

¿Cómo se escribe ahora el número en el sistema sexagesimal? Ya sabemos que tendrá 3 posiciones ligeramente separadas:

Símbolo babilónico del número **2**	Símbolo babilónico del número **15**	Símbolo babilónico del número **33**

De un modo análogo se procede en el sistema de base **5**, cuyas potencias de referencia son: **1** (5^0), **5** (5^1), **25** (5^2), **125** (5^3), **625** (5^4), **3.125** (5^5), **15.625** (5^6), etc. El número 8.133 no puede contener ninguna unidad de orden 6 (¿por qué?), por lo que procedemos a hallar cuántas unidades de orden 5 posee. Dividimos 8.133 entre 3.125 y obtenemos como cociente 2, y como resto 1883... [Le sugerimos que continúe con la tarea y confronte su resultado final con el que se muestra a continuación]

2	3	0	0	1	3

Si los símbolos numéricos utilizados en este sistema de base 5 son las cifras habituales de nuestro sistema de numeración decimal, este resultado puede escribirse abreviadamente así:

$$230013_5$$

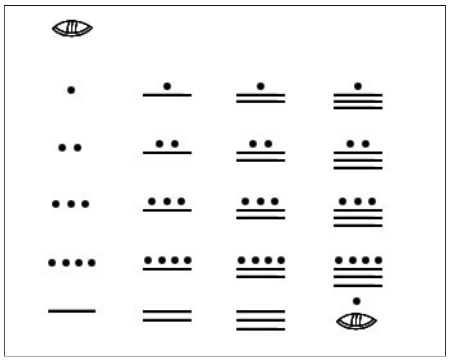
donde el subíndice **5** indica la base del sistema de numeración que se está utilizando.

Observemos por un momento el número anterior. Notamos que el **3** se repite dos veces, en las posiciones segunda y sexta, de izquierda a derecha. Pero aunque en ambas posiciones su valor *absoluto* sea el mismo, 3, no ocurre así con su valor *relativo*, es decir, el valor que realmente representan *en relación* con la posición que ocupan en el número: el 3 más a la izquierda vale –dentro del número completo– **3 x** $\mathbf{5^4}$ unidades, mientras que el 3 a la derecha sólo vale **3** unidades. Es decir, el 3 tiene dos valores de posición dentro del número.

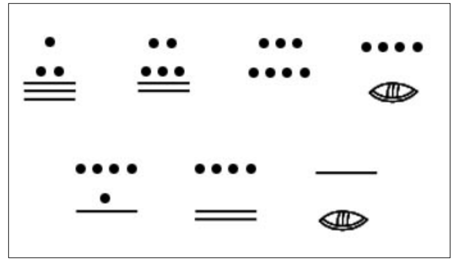
He aquí la esencia de los sistemas posicionales de numeración, que permite un ahorro sustancial en la variedad de símbolos numéricos a utilizar y posibilita la escritura de cantidades de cualquier magnitud (y, como veremos en Cuadernos posteriores, la realización más fácil de las diversas operaciones aritméticas con los números). También podemos notar que, cuanto mayor sea la base, mayor es el número de símbolos numéricos que se utilizan, y menor la "longitud" del número escrito.

Otra de las características importantes que podemos percibir en el número anterior es el papel que juega el **0** como indicativo de ausencia de unidades del orden correspondiente. En este caso, no hay unidades del orden de 5^2 ni del orden de 5^3. ¿Nos imaginamos por un momento cómo nos las arreglaríamos si no dispusiéramos del 0 para jugar este papel? Ni modo, ¿cierto? ¡Habría que inventarlo!

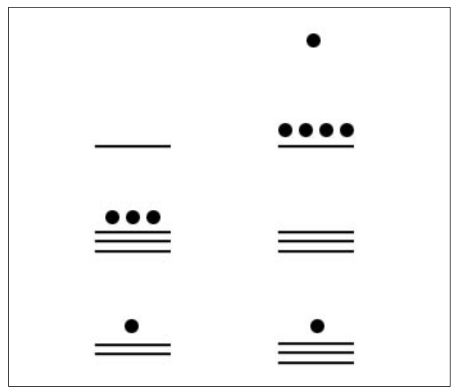
Vamos a asomarnos por un momento al sistema maya de numeración, que tiene el mérito de haber sido el primer sistema en el mundo —por lo que conocemos hasta ahora— que utilizó el **cero** como símbolo numérico posicional ("... el registro más antiguo del cero de los mayas antecede en 519 años a la inscripción más vieja que se conoce relativa al cero hindú"). (Tonda, Noreña, 1991, p. 20). Como ya dijimos, es un sistema vigesimal (de base **20**), cuyos primeros caracteres son (de arriba abajo, 1ª columna: **0** al **5**; 2ª: **6** al **10**; 3ª: **11** al **15**; 4ª: **16** al **20**):



Obsérvese la formación del número 20, único organizado en dos "pisos": en el inferior, el símbolo del 0; en el superior, 1 punto, símbolo del 1. Esto significa que el número 20 se consigue con 0 unidades de orden 0 (el piso inferior) y 1 unidad de orden 1 (el segundo piso) cuyo valor es $\mathbf{20^1 = 20}$. Siguiendo esta regla de formación, presentamos la escritura de algunos otros números de "dos pisos": 1ª fila: 37 (1 x 20 + 17), 53 (2 x 20 + 13), 64 (3 x 20 + 4), 80 (4 x 20 + 0); 2ª fila: 86 (4 x 20 + 6), 90 (4 x 20 + 10), 100 (5 x 20 + 0)



La lectura de cualquier cantidad escrita en el sistema maya sigue la regla general de los sistemas posicionales, tomando en cuenta que los órdenes ascendentes de unidades van de abajo hacia arriba. Así, por ejemplo, los números:



Se leen, respectivamente:

El izquierdo: **11 x 20^0 + 18 x 20^1 + 5 x 20^2** = 11 + 360 + 2.000 = **2.371**
El derecho: **16 x 20^0 + 15 x 20^1 + 9 x 20^2 + 1 x 20^3** =
16 + 300 + 3.600 + 8.000 = **11.916**

Si ahora se trata de la tarea opuesta, es decir, de escribir una cantidad en el sistema de notación maya, se procede de la manera descrita anteriormente, teniendo a la vista las sucesivas potencias de 20: **1** (20^0), **20** (20^1), **400** (20^2), **8.000** (20^3), etc. Por ejemplo, para escribir el número **8.133**, lo dividimos entre 8.000, lo que nos da 1 como cociente y 133 como resto; de esta forma, tenemos **1** unidad de orden **3** (en el "piso" 4 del número escrito).

Al considerar el resto **133**, percibimos que al dividirse entre 400 el cociente sería 0 y de nuevo, el resto 113. Debe aparecer, pues, un **0** en la posición de las unidades de orden **2** (en el "piso" 3 del número escrito). De la división de 133 entre 20 obtenemos un cociente 6 y un resto final 13. Esto significa que habrá un **6** en la posición de las unidades de orden **1** (en el segundo "piso" del número escrito) y un **13** en la posición de las unidades de orden **0** (en el primer piso del número escrito).

Todo lo anterior nos lleva a la siguiente representación:

Igualmente se procedería, finalmente, con los números del sistema de numeración decimal, cuyas potencias sucesivas son: **1** (10^0), **10** (10^1), **100** (10^2), **1.000** (10^3), **10.000** (10^4), **100.000** (10^5), etc. Para escribir, por ejemplo, la cantidad **13.084**, la dividimos entre la potencia inferior más próxima, es decir, entre **10.000**; así obtenemos un cociente **1** y un resto **3.084**. Ya tenemos un **1** en la posición de las unidades de orden **4**.

La división de 3.084 entre **1.000** nos da un cociente de **3** y un resto de **84**. Habrá un **3** en la posición de las unidades de orden **3** y un **0** en la posición de las unidades de orden **2**, por cuanto 84 es menor que 100. Por su parte, la división de 84 entre **10** arroja un cociente de **8** y un resto de **4**, por lo que habrá un **8** en la posición de las unidades de orden **1**, y un **4** en la de las unidades de orden **0**.

En definitiva, el número se escribirá: 13.084. ¡Bueno! ¿Y no era esto lo que teníamos desde el principio? Claro que sí. Todo lo que hemos hecho ha sido mostrar dos cosas: que el sistema decimal funciona igual que los otros sistemas posicionales –nos tiene que quedar claro que *la comprensión cabal del sistema de numeración decimal debe incluir la comprensión de cualquier otro sistema posicional de numeración*– y, en segundo lugar, apreciar cómo sigue mostrándose como el más transparente y útil de todos ellos.

No sé... A lo mejor alguien está pensando que ha sido muy grande el rodeo dado para llegar a lo que es el manejo cotidiano del sistema de numeración decimal. Sin embargo –y fieles a los criterios de presentación de la matemática que nos habíamos propuesto a partir del Cuaderno 1–, nos interesaba mostrar los antecedentes conceptuales y culturales de este manejo.

Y que nos quede una primera gran conclusión: *El sistema numérico decimal es el resultado de un largo proceso histórico-cultural, en el que diversas civilizaciones fueron aportando diferentes elementos: la idea posicional, la base decimal, el cero, los otros símbolos numéricos...*

De vez en cuando, es preciso tomar cierta distancia de lo que nos es tan próximo y cotidiano, tan de experiencia rutinaria, para saber apreciar toda su grandeza. Este es el caso de nuestro sistema decimal. Y es importante que nos acerquemos a él con esta actitud de admiración y reconocimiento, de perspectiva histórica, porque también esta actitud debemos compartirla y construirla poco a poco con nuestros alumnos.

¿Y qué podemos decir de los sistemas de numeración que se desarrollaron en nuestras numerosas culturas autóctonas, sobre todo de los que de alguna forma permanecen vigentes en el uso por parte de algunos sectores de nuestra población?

En primer lugar, debemos conocerlos y estudiarlos, con el fin de valorarlos en su justa medida. Ya hemos visto cómo, por ejemplo, el sistema maya es una de las construcciones aritméticas antiguas de mayor valor universal. Basta pensar en que los españoles, en tiempos de su arribo a América, utilizaban para sus cálculos el sistema de numeración romano, notablemente inferior al autóctono, pero de uso en Europa hasta el siglo XVI.

Esa valoración implica develar el contenido matemático que está presente en tales sistemas, es decir, comprender el sistema autóctono desde el decimal. Pero, también a la inversa, comprender el sistema decimal desde el autóctono.

Además, y en lo posible, si su uso permanece de algún modo vigente en nuestras comunidades por razones de identificación cultural y de costumbre, deberíamos fomentarlo y propagarlo. No podemos perder estos valores de nuestras culturas, aunque esto no significa que, por otro lado, no debamos procurar a todos el acceso al conocimiento, a la comprensión y al uso del sistema numérico decimal, que también es un valor cultural universal.

Y ahora, un breve "descanso".

¿Cómo se siente después del "estudio" de lo que antecede? Si algo no le quedó claro, ¿sabe cómo salir de dudas? ¿Qué cambios ha experimentado en sus conocimientos, actitudes y emociones? ¿Puede compartirlos con sus colegas?

Entre los sistemas posicionales no decimales destaca el sistema binario (de base **2**), utilizado como "lenguaje" en las computadoras. Sólo maneja dos cifras, **0** y **1**. Por lo que hemos visto, en contraste con esa economía de cifras, cualquier número escrito en esta base va a resultar muy "laaargo". Pero su ventaja está en que sus dos alternativas, 0 y 1, se acomodan a la situación binaria de "circuito cerrado" o "circuito abierto" al paso de la corriente eléctrica con la que funciona el computador.

1. *Trate de pasar a nuestro sistema decimal el número binario* $\mathbf{100101001_2}$ *(Las diversas unidades de orden ascienden de derecha a izquierda, de un modo similar al sistema decimal de numeración).* **(*)**

2. Trate ahora de escribir en el sistema binario el número **1.496**. Recuerde que debe empezar por tener a la vista las sucesivas potencias de **2**.

3. *Como usted es muy observador(a), podrá contestar ya a estas preguntas: ¿en qué dígito termina un número par, escrito en el sistema binario? ¿Y si el número es impar? ¿Por qué?*

Considere el año de su nacimiento y trate de escribirlo en los sistemas de base **5**, **2** y **8**, respectivamente.

4. *Observe los siguientes números, escritos en base* ***2***, ***5*** *y* ***10***, *respectivamente:*

$\mathbf{111111_2}$ $\mathbf{444_5}$ ***99.999***

¿En qué número se convierte cada uno de ellos si se le añade 1 unidad? Es decir, ¿cuál es el número siguiente a cada uno de ellos?

5. Ahora observemos los números:

$\mathbf{100000_2}$ **1.000** $\mathbf{10000_8}$ $\mathbf{100000_5}$

¿En qué número se convierte cada uno de ellos si se le resta 1 unidad? Es decir, ¿cuál es el número anterior a cada uno de ellos?

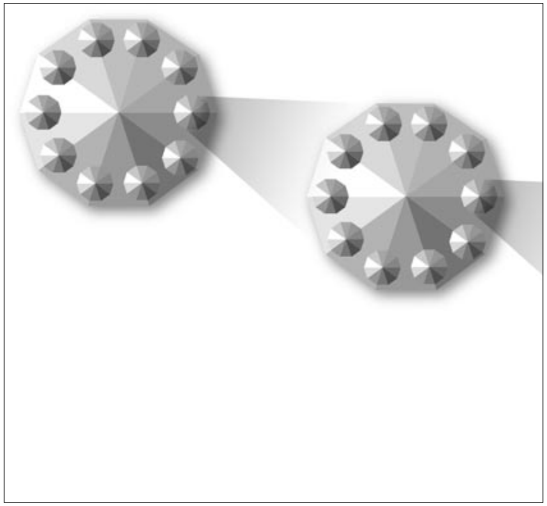
¿Qué conclusiones puede inferir de los dos ejercicios anteriores? (Expréselo con sus propias palabras)

6. Si el número $\mathbf{231042_5}$ se lleva a la base decimal, ¿se convertirá en el doble, es decir, en el número **462.084**, por aquello de que 10 es el doble de 5? ¿O se convertirá en su mitad: **115.521**? ¿Puede sacar alguna conclusión de estos resultados, acerca de cómo "no funcionan" los números al pasar de una base a otra?

(*) Las respuestas a los ejercicios precedidos con un número se encuentran al final del cuaderno.

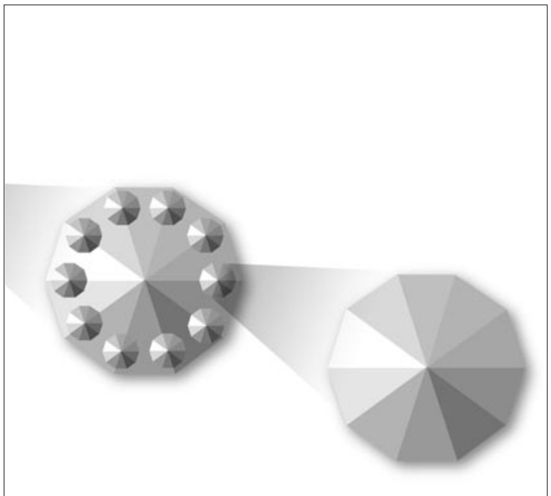
El cartel de posición

Bien. Trabajemos ahora en algunas cuestiones propias del sistema decimal de numeración. Ya hemos visto su funcionamiento básico: **Una unidad** de cualquier orden equivale a **10 unidades** del orden inmediatamente inferior, que se ubican a la derecha. O, lo que es lo mismo, con 10 unidades de cualquier orden se constituye una unidad del orden inmediatamente superior, que se ubica a la izquierda.



Nombre	**Orden de la unidad entera (exponente de 10)**	**Equivale a**
Unidad	0	1 unidad
Decena	1	10 unidades
Centena	2	100 unidades
Unidad de mil	3	1.000 unidades
Decena de mil	4	10.000 unidades
Centena de mil	5	100.000 unidades
Millón	6	1.000.000 unidades
Etc.		

Nos interesa destacar que cada unidad de los diversos órdenes tiene su nombre propio, como lo apreciamos en la tabla justo encima de este párrafo.



Hasta ahora hemos tratado con números enteros positivos. Pero también existen los números con decimales. En la vida diaria utilizamos los decimales para expresar los céntimos de las cantidades monetarias, los milímetros en las mediciones de longitud, las décimas de los grados de temperatura, etc. (¿Puede agregar otros casos?).

¿Qué significa un decimal? Lo podemos entender justamente en términos del sistema decimal de numeración, ya que para su constitución rigen los mismos principios que para las unidades enteras. Efectivamente, si tomamos una unidad, es decir, **1**, podemos dividirla en **10** partes iguales. Cada una de éstas podrá expresarse como **1/10** o **0,1**. Con **10** de estas unidades, llama-das décimas, podemos formar el número **1**, de orden inmediatamente superior y ubicada a la izquierda. En efecto, **10 x 0,1 = 1**. Se siguen conservando, pues, los principios que regulan el sistema.

A su vez, cada **décima** puede dividirse en **10** partes iguales, cuyo valor unitario es **(1/10)/10 = 1/100 = 0,01** y que denominamos centésimas. La centésima es una **unidad decimal** de orden **2**, ya que 2 es el exponente al que debe elevarse 0,1 para obtener 0,01; en efecto, $(0,1)^2 = 0,01$. Y así sucesivamente para las siguientes unidades decimales, que presentamos en una tabla similar a la anterior:

Nombre	Orden de la unidad decimal (exponente de 0,1)	Equivale a
Décima	1	0,1 unidades
Centésima	2	0,01 unidades
Milésima	3	0,001 unidades
Diezmilésima	4	0,0001 unidades
Cienmilésima	5	0,00001 unidades
Millonésima	6	0,000001 unidades
Etc.		

Como una nota adicional a las dos tablas anteriores –y como un recurso concreto– podemos imaginarnos el sistema decimal de numeración como un sistema monetario, en el que a cada una de las unidades mencionadas le “toca” un billete diferente, con la denominación y el valor correspondientes (a este recurso aludiremos en futuros Cuadernos).

Podemos imaginarnos el sistema de numeración decimal como una regla en la que cada 10 unidades constituyen una unidad superior, o como un sistema monetario en el que a cada cantidad le corresponde una representación en forma de moneda o billete.

En definitiva, podemos organizar una tabla o *cartel de posición* para presentar las diversas unidades ordenadas de acuerdo con los principios establecidos:

Parte entera Orden y nombre de las unidades							Parte decimal Orden y nombre de las unidades					
6	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6
Millón	Centena de mil	Decena de mil	Unidad de mil	Centena	Decena	Unidad	Décima	Centésima	Milésima	Diez-milésima	Cien-milésima	Millo-nésima

Evidentemente, la tabla no tiene límites ni por la izquierda (sigue con decena de millón, centena de millón, millardo o unidad de mil millones, etc.) ni por la derecha (sigue con diezmillonésima, cienmillonésima, milmillonésima, etc.). Así se garantiza la escritura de cualquier cantidad por grande o pequeña que sea.

La utilidad del cartel de posición

El cartel de posición puede servirnos para varios fines. En primer lugar, para ubicar en él diversos números y "descomponerlos" en sus correspondientes unidades de orden. Así, por ejemplo, podemos ubicar y descomponer los números: Cincuenta y seis mil quince, Treinta y dos unidades con veintidós centésimas, Novecientos cuatro milésimas, Doscientos treinta mil cuarenta y siete unidades con ciento ocho cienmilésimas:

Parte entera Orden y nombre de las unidades							Parte decimal Orden y nombre de las unidades					
6	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6
Millón	Centena de mil	Decena de mil	Unidad de mil	Centena	Decena	Unidad	Décima	Centésima	Milésima	Diez-milésima	Cien-milésima	Millo-nésima
		5	6	0	1	5						
					3	2,	2	2				
						0,	9	0	4			
	2	3	0	0	4	7,	0	0	1	0	8	

Como puede observarse, utilizamos la *coma* para separar la parte entera de la parte decimal, cuando esta última existe. Nótese también cómo, en el último ejemplo, debemos "llenar" con ceros las unidades para las que no se menciona cifra alguna: unidades de mil, centenas, décimas y centésimas. Así, ese número está compuesto por 2 centenas de mil, 3 decenas de mil, 0 unidades de mil, etc., hasta llegar a 1 milésima, 0 diezmilésimas y 8 cienmilésimas.

También podemos utilizar el cartel de posición para la actividad opuesta, es decir, escribir un número en sus cifras y proceder a leerlo correctamente.

7. Utilice el cartel de posición para determinar qué cifra ocupa la posición de las:

Centenas, en el número **Cuatro mil cuarenta y seis**

Décimas, en el número **Dieciséis unidades con ciento tres milésimas**

Decenas de mil, en el número **Un millón treinta y siete mil doce**

Milésimas, en el número **Dos mil unidades con trece diezmilésimas**

8. *Dados los siguientes números, indique para cada uno de ellos el(los) valor(es) de posición –es decir, el(los) orden(es) de unidades– que corresponde(n) a la cifra* ***3****:*

3.015,01 ***740,305*** ***1.031,93*** ***1.386.003,1*** ***0,3003***

El cartel de posición se convierte también en una herramienta auxiliar para percibir las relaciones existentes entre las unidades de los diversos órdenes –y ésta es una cuestión de suma importancia–. Así, cada unidad de la primera columna de la izquierda equivale a (complete usted la tabla):

	Unidades de mil	**Centenas**	**Decenas**	**Unidades**	**Décimas**	**Centésimas**	**Milésimas**
Unidad de mil	1	10	100			100.000	
Centena	0,1		10		1.000		100.000
Decena		0,1			100	1.000	
Unidad	0,001		0,1			100	1.000
Décima		0,001		0,1		10	
Centésima			0,001	0,01	0,1		10
Milésima	0,000001		0,0001	0,001		0,1	

Como puede observarse, los encabezados de filas y columnas no están completos, pero pueden extenderse a las unidades que faltan, con la misma lógica. Lo importante es advertir que ésta *no es una tabla para aprenderla de memoria*, sino para construirla cada vez que se necesite. Y para ello podemos mirar –o visualizar internamente– el cartel de posición. Y tomarnos todo el tiempo que necesitemos, porque *el dominio de las relaciones existentes entre las unidades de los diversos órdenes del sistema decimal es una de las competencias clave* que debemos adquirir –y construir después, poco a poco, con nuestros alumnos.

9. ¿A cuántas milésimas equivalen **34 millones**?

¿Cuántas cienmilésimas hay en **12 unidades**?

¿A cuántas décimas equivalen **7 centenas de mil**?

¿Cuántas centenas hay en **3 milésimas**?

¿A cuántos millones equivalen **5 decenas**?

¿A cuántas decenas de mil equivalen **16 unidades**?
¿Cuántas milmillonésimas hay en **1,5 unidades**?
¿A cuántas centenas de mil equivalen **236 décimas**?
¿Puede agregar usted otros ocho ejercicios similares a los anteriores, y resolverlos?

Algo que nos puede estar llamando la atención es el hecho de que cada una de las unidades de los diversos órdenes tiene "personalidad" propia, y no solamente las unidades. En el país de los números, las centenas, décimas, decenas de mil, etc., tienen carta de ciudadanía similar a la de las unidades. Y pueden exigir que cualquier número se "lea" en sus propias unidades y que, por consiguiente, se use la coma a la altura de esas unidades.

Veamos esto con calma. El número **23.000** (si no decimos más, se sobreentiende que son unidades) también puede "leerse" como "23 unidades de mil", "230 centenas", "2.300 decenas", "230.000 décimas", "2.300.000 centésimas", etc. O, dicho de otro modo, en el número 23.000 hay "23 unidades de mil", "230 centenas", etc.

Conviene fijarse en esta última observación. Por ejemplo, en el número **2.703** hay **27** centenas, y no 7. Porque 7 es la cifra que ocupa el lugar de las centenas, pero el número de éstas es 27. De un modo análogo –y respondiendo a dos preguntas formuladas al comienzo del Cuaderno–, en el número **9.416** hay **941** decenas. Y en el número **2.013** hay **201.300** centésimas.

Pero hay todavía más: el número 23.000 también puede leerse –OJO– "2,3 decenas de mil", "0,23 centenas de mil", "0,023 millones", etc.

Esto último no nos debe extrañar, ya que este uso de la coma es habitual. Así, por ejemplo, en muchos reportes demográficos o económicos, el dato de la cantidad de población suele venir dado en millones de habitantes: 22,7 (aproximadamente, 22 millones setecientos mil); 0,4 (aproximadamente, cuatrocientos mil). Lo mismo sucede con los montos de los presupuestos nacionales anuales, referidos a millones, a millardos, o a billones, según el valor de cada moneda nacional. O con el conteo de glóbulos rojos en la sangre: 14,3 millones de unidades, por ejemplo (¿Puede encontrar otros casos?).

Esta "democracia" vigente al interior del sistema decimal tiene sus repercusiones. Por un lado, la diversidad en la lectura de cualquier número. Tomemos, por ejemplo, el número **127.401,02** (escrito en unidades) y veamos algunas maneras de leerlo:

- 1 centena de mil, 2 decenas de mil, 7 unidades de mil, 4 centenas, 1 unidad, 2 centésimas (la forma más usual, ¿no?)
- 127 unidades de mil, 40 decenas, 1 unidad, 2 centésimas
- 12 decenas de mil, 74 centenas, 10 décimas, 2 centésimas
- 127,40102 unidades de mil
- 1.274 centenas, 102 centésimas
- 12.740.102 centésimas
- 12.740,102 decenas
- 1 centena de mil, 274 centenas, 102 centésimas

Y otras muchas maneras más, que usted puede agregar.

Considere otro número cualquiera e indique varias formas de leerlo.

10. Alberto lee el número "62 decenas de mil, 4 centenas, 530 décimas y 4 centésimas". Rosa, por su parte, lee el número "620 unidades de mil, 45 decenas, 3 unidades y 4 centésimas" ¿Están leyendo el mismo número? ¿Por qué?

11. *El monto de la recolección de la rifa anual alcanza a 7 billetes de 10.000, 8 de 1.000, 3 de 100, 9 de 10 y 6 monedas de 1. Pero en el salón de al lado cuentan con 78 billetes de 1.000 y 40 de 10. ¿Cuál de los dos montos es menor?*

12. El número **3.005.709,001** equivale a (complete cada una de las seis expresiones):

- 30.057,09001__________________
- ____________________ centésimas
- __________________decenas de mil
- 30.057.090,01___________________
- 300________________, 57________, ___________décimas, ______________ milésimas
- ______centenas de mil, 5____________, _________________________ decenas, 900_____________, ________________ milésimas

Antes de meternos en un nuevo ejercicio, dejemos en claro que, ante un número dado, podemos hacernos tres preguntas diferentes, con tres respuestas diferentes. Por ejemplo, del número 40.187,25 podemos indagar:

1. ¿Qué cifra ocupa el lugar de las decenas?
   Resp.: el 8
2. ¿Cuántas decenas (enteras) tiene el número? **Resp.**: 4.018
3. ¿Cómo se escribe el número en decenas? **Resp.**: 4.018,725

Trabajemos ahora con algunos ejercicios de recapitulación.

13. Escriba los siguientes cinco números: **a)** en unidades; **b)** en décimas; **c)** en milésimas

- 56 decenas de mil, 48 decenas, 17 décimas
- 213 centésimas, 4 diezmilésimas
- 6 centenas, 12 unidades, 30 milésimas
- 18 centésimas, 32 centenas, 4 unidades (no importa el desorden…)
- 2 unidades de mil, 34 diezmilésimas, 3 decenas, 215 centésimas

14. *¿Cuál de estos dos números tiene más décimas: 2,6 o 3,1?*

15. Escriba, al menos, cuatro maneras distintas de poder percibir un pago de **42.630** pesos, variando la clase y el número de billetes (de 1, 10, 100, etc.) que puede recibir.

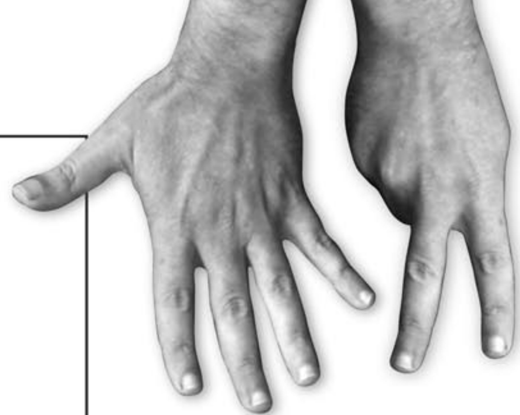
16. *Escriba el número **196** en milésimas. Además, ¿cuántas centésimas hay en este número? ¿Y decenas?*

17. Los números **A** y **B** tienen ambos parte entera y parte decimal. **A** se escribe con cinco dígitos y **B**, con siete. Con esta información, ¿puede decidirse cuál de los dos es mayor? ¿Por qué? Si su respuesta es negativa, ¿qué información agregaría usted para poder responder sin equívocos a la pregunta de cuál es el mayor? (Observe que puede haber más de una respuesta a esta última pregunta… Ensaye varias).

18. *¿Cuántas décimas hay en **732.654** diezmilésimas?*
¿Cómo se escribiría el número anterior en décimas?
¿Cuántas centenas hay en ese mismo número?
¿Cómo se escribiría el número en centenas?

19. ¿Cuántas cifras se necesitan para escribir un número entero cuya unidad de orden superior sea: **a)** decenas de mil; **b)** centenas; **c)** unidades de mil?

20. *Diga el nombre de la unidad de orden inferior de un número cuya parte decimal tiene:* **a)** *3 cifras;* **b)** *5 cifras;* **c)** *2 cifras*



El orden de los números

Otro aspecto que resulta interesante resaltar es que el sistema decimal de numeración nos permite comparar magnitudes de objetos de la misma naturaleza por la vía de comparar los números asignados a cada magnitud. Tarea que se facilita por la transparencia del propio sistema. Trabajemos un poco en actividades de comparar y ordenar números.

21. Si escribo un número con 9 cifras y 4 de ellas son decimales, ¿qué orden de unidades ocupa la primera cifra de la izquierda? ¿Y la primera de la derecha?

22. *En el número* ***1.024****: ¿Qué cifra ocupa el lugar de las decenas de mil? ¿Cuántas decenas de mil tiene el número? ¿Cómo se escribe ese número en decenas de mil?*

23. En el número **43,27**: ¿Qué cifra ocupa el lugar de las milésimas? ¿Cuántas milésimas hay en el número? ¿Cómo se escribe ese número en milésimas?

24. *Construya el mayor número entero posible de 8 cifras con los dígitos 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, de tal manera que los "unos" estén separados por dos cifras; los "dos", por tres cifras; los "tres", por una cifra; y los "cuatros", por cuatro cifras.*

Tratemos de revisar uno de los ejercicios propuestos al comienzo:
"Una niña acaba de escribir los números del 1 al 100. ¿Cuántas veces ha utilizado la cifra **1** en esa tarea?" Este pequeño problema puede resolverse simplemente repasando los números de uno en uno y anotando los 1 presentes. También puede contarse por posiciones:

- En la posición de las **unidades**, **10** veces (1, 11, 21, ..., 91)
- En la posición de las **decenas**, **10** veces (10, 11, 12, ..., 19)
- En la posición de las **centenas**, **1** vez (100)

Recuerden que nos interesa la diversidad en la forma de hacer las cosas...

25. ¿Qué número es mayor: 14 decenas o 1.395 centésimas? ¿63,4 centenas o 634 unidades?

26. *Ordene de menor a mayor los números* **a), b), c)** *y* **d)***:*

a) *72 centenas, 94 unidades, 105 milésimas*
b) *7 unidades de mil, 3 centenas, 3 décimas*
c) *729 decenas, 40 décimas, 26 milésimas*
d) *7 unidades de mil, 294 unidades, 16 milésimas*

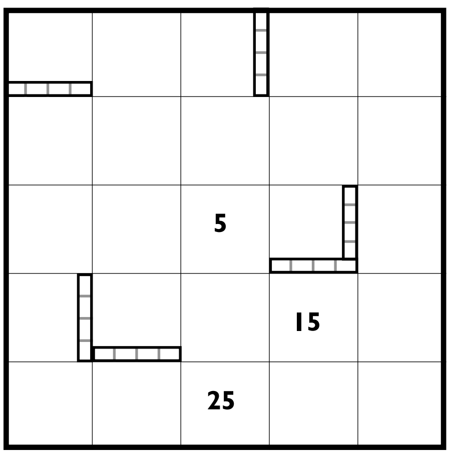
27. Utilice una sola vez los dígitos 0, 3, 4, 5, 6 y 9 y construya el mayor número posible (con su parte entera y decimal) menor que **6.000**. Análogamente, el menor número posible mayor que **5.500**

28. *De estos tres números:* ***9.000****,* ***9.500,10.000****, ¿cuál es el más próximo a* ***9.247****?*

29. ¿Cuál es el número anterior a 10.200? ¿Y el siguiente de 7.909?

30. *Estás participando en una carrera y adelantas al segundo. ¿En qué posición quedas?*

En las 25 casillas del tablero adjunto, coloque los números del 1 al 25 de forma que los números vayan seguidos en casillas consecutivas horizontales o verticales (nunca diagonales) y sigan un camino que nunca atraviese ninguna de las paredes marcadas.

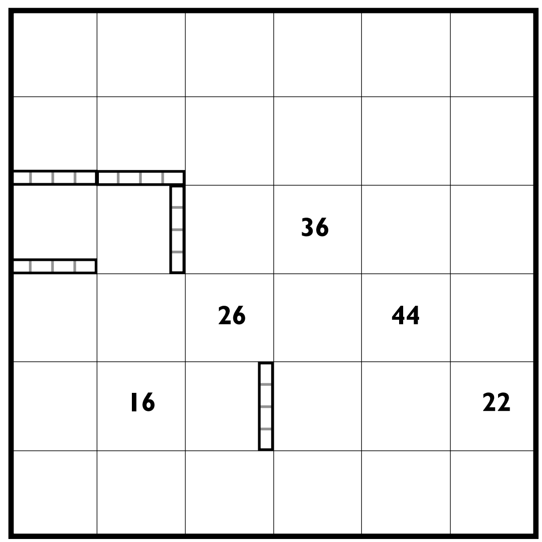


Veamos la respuesta de uno de los ejercicios planteados al comienzo del Cuaderno: "¿Cuál es el número siguiente de **2.099**? ¿Y el siguiente de **2,099**?"

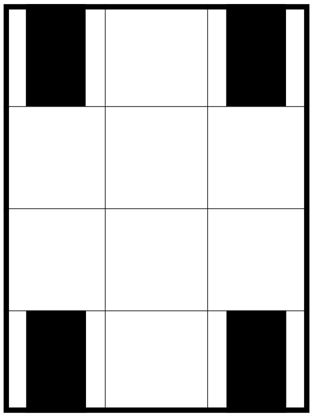
Está claro que el siguiente de 2.099 es **2.100**, puesto que se trata de la secuencia de los números naturales y, en ella, el que sigue a 2.099 es 2.100. Ahora bien, este principio no funciona con los números decimales. Quizás alguien haya pensado que, por analogía, el siguiente de 2,099 es 2,100. Pero no es así. Porque podríamos pensar en el número 2,0991, que está más próximo a 2,099 que 2,100. Pero igualmente podríamos pensar en el número 2,099001, y así sucesivamente, aumentando el número de ceros a la derecha del 9 y antes del 1. Como puede observarse, este proceso no tiene fin: Nunca podremos encontrar el número siguiente a 2,099, ya que tal número no existe. Y esto sucede con todos los números decimales.

Podemos calcular –contándolos– cuántos números naturales hay entre dos números dados. Pero esto no podemos hacerlo con los números decimales (reales). De hecho, entre dos números reales, por muy "próximos" que se vean, hay infinitos números reales. Por ejemplo, entre 2,099 y 2,100 hay infinitos números reales que no se pueden ordenar para ser contados.

Proceda como en el ejercicio anterior para el nuevo tablero de 36 casillas, empezando por un número situado entre el 1 y el 25 (que usted tendrá que averiguar) y recorriendo todas las casillas.



Coloque en las 8 casillas en blanco del tablero adjunto los números del 1 al 8, de tal forma que ningún dígito tenga, ni arriba ni abajo, ni a la derecha ni a la izquierda, su número anterior o posterior.



En este punto, nuestra invitación es para que ustedes, individual y colectivamente, inventen otros ejercicios similares a todos los propuestos. Porque la experiencia sugiere que uno de los mejores síntomas de que alguien domina un tema es, justamente, su capacidad de inventar ejercicios y problemas referentes al mismo (y de resolverlos, claro).

¡Ánimo!

Y para terminar, una sonrisa, una locura y una reflexión…

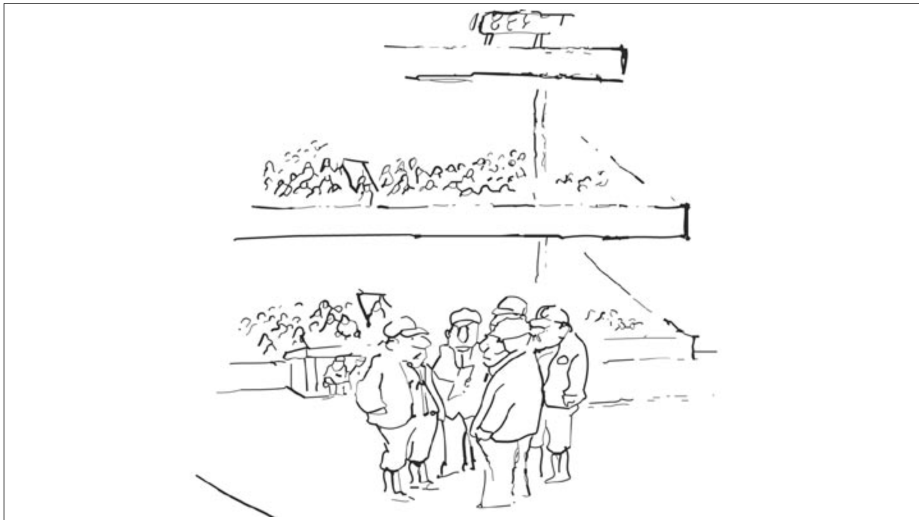
• He aquí un extracto de diálogo entre Mic- key Rooney (un viejo actor) y Bart Simpson, tomado de un episodio de la serie televisiva de *Los Simpsons*:

M.R.: Has de saber, Bart, que yo fui el actor más taquillero durante los años 1939 y 1940.
B.S.: ¡Qué bueno! O sea, que fuiste el actor más taquillero durante **dos** décadas…

• Aquel manager de béisbol era muy original. El pasado fin de semana les propuso a los miembros de su equipo jugar primero el **4º** inning (la 4ª entrada), luego el **2º**, a continuación el **7º**, y así siguiendo hasta completar los nueve…

• La asignación de los códigos del Discado Directo Internacional (DDI) debe seguir cierta lógica para poder cubrir todos los países del mundo. Veamos. El código **1** corresponde a EE.UU. y a Canadá, países ubicados en Norteamérica. México, también ubicado en Norteamérica, posee el código **52**…, Belice el **501**, Guatemala el **502**…, Perú el **51**…

Trate de hacer el listado de los países latinoamericanos ordenándolos por su código de DDI. Y luego, trate de descubrir qué criterios han podido aplicarse en este campo…



"Este manager está como una cabra. ¿Por qué en lugar de calarnos todos estos innings no llegamos a algún tipo de arreglo?

A modo de “hasta luego”

Bien. Dejemos de momento las cosas hasta aquí. Pero esto no significa una despedida del sistema de numeración decimal, puesto que volveremos a encontrarlo –y a valorarlo, y a utilizarlo– en los sucesivos Cuadernos. Justamente, ahí será cuando terminaremos de apreciar su importancia y necesidad.

Referencias bibliográficas

- D’Ambrósio, U. (1992). Etnociencias. *Enseñanza de la Matemática*, vol. 1, Nº 3, 6-14.

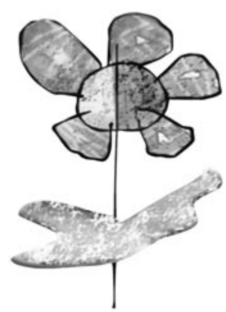
- Steen, L. A. (Ed.) (1998). *La enseñanza agradable de las Matemáticas*. México: Limusa.

- Tonda, J., Noreña, F. (1991). *Los señores del cero*. El conocimiento matemático en Mesoamérica. México: Pangea.

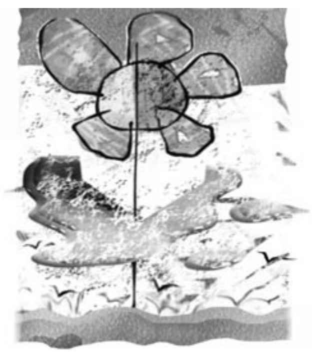
Respuestas de los ejercicios propuestos

1. 297 **2.** 10111011000_2 **3.** Un número par, escrito en base 2, termina en 0. Un número impar, en 1. **4.** 1000000_2 / 1000_5 / 100.000 **5.** 11111_2 / 999 / 7777_8 / 44444_5 **6.** La relación que existe entre las bases (el doble, el triple, la mitad...) no se aplica a los números al pasar de una base a otra. **7.** 0 / 1 / 3 / 1

8. Unidades de mil / décimas / decenas y centésimas / centenas de mil y unidades / décimas y diezmilésimas.
9. 34.000.000.000 / 1.200.000 / 7.000.000 / 0,00003 / 0,00005 / 0,0016 / 1.500.000.000 / 0,000236 **10.** Sí. Es el número 620.453,04 **11.** El de mi salón: 78.396 < 78.400 **12.** Centenas / 300.570.900,1 / 300,5709001 / décimas / decenas de mil, centenas, 90, 1 / 30, unidades de mil, 70, centésimas, 1.
13. a) 560.481,7 / 2,1304 / 612,030 / 3.204,18 / 2.032,1534 etc. **14.** 3,1: posee 31 décimas, frente a 26 de 2,6.
15. 426 billetes de 100 y 3 billetes de 10, etc. **16.** 196.000 milésimas / 19.600 centésimas / 19 decenas (enteras).
17. No se puede. **18.** 732 décimas / 732,654 décimas / 0 centenas / 0, 732654 centenas. **19.** 5 / 3 / 4.
20. Milésimas / cienmilésimas / centésimas. **21.** Decenas de mil / diezmilésimas. **22.** 0 / 0 decenas de mil / 0,1024 decenas de mil. **23.** 0 / 43.270 milésimas / 43.270 milésimas.
24. 43.231.421. **25.** 14 decenas / 63,4 centenas. **26.** d) < c) < a) < b)
27. 5.964,30 / 5.603,49. **28.** 9.000.
29. 10.199 / 7.910. **30.** De segundo.



Índice



Este libro se terminó de imprimir
en el mes de abril de 2005.